

## PROLOGO

En su obra Elementos de Biomatemática, Alejandro Engel cita: “ La Biología se ha caracterizado por ser una disciplina contemplativa y descriptiva, que poco ha variado a lo largo de los años. Como ciencia comenzó al surgir la Genética, la Evolución y la Fisiología,” y los avances más notables en Biología se lograron posteriormente con los progresos aportados por las demás Ciencias tales como la Física, Química y Matemáticas entre otras, convirtiéndose actualmente en interdisciplinar.

La Matemática en Biología, o Biomatemática o Ecología Matemática, nació como Ciencia en los años 1926 y 1927, aún cuando se le reconoce una prehistoria, pero recién en los años citados, Malthus, Lotka entre otros, iniciaron la unión que hoy se conserva y desarrolla. A partir de ellos la mayoría de los conceptos de ecología toman expresiones en forma de Modelos Matemáticos, para describir y predecir los fenómenos naturales. Un Ecólogo Matemático hoy en día puede dedicarse a varios aspectos: predecir la probabilidad de inundaciones, modelar el clima, diseñar estrategias de vacunación en la prevención de enfermedades infecciosas, controlar el comportamiento de parques nacionales, o simplemente aportar al desarrollo teórico de la Ecología.

Así, la Matemática en Biología, no solo es una asignatura con contenidos Matemáticos, sino un desarrollo interdisciplinario de temas de la Matemáticas con aplicaciones en la Biología que permiten aportar al mejoramiento de la descripción de fenómenos expresados y estudiados por la Física, Estadística, Ecología, entre otras.

Por lo tanto un estudiante en Biología no puede estar ajeno a la realidad actual de su Ciencia, entenderla, estudiarla y aplicarla es un deber para afrontar su carrera y su futura vida profesional.

Aquí, pretendemos expresar la tarea de cátedra de quince años en la enseñanza de la Matemática para los Biólogos, mediante **Guías de Trabajos Prácticos** de temas de la Matemática que tienen aplicaciones Biológicas, y que responden a una selección de contenidos propuestos dentro de una introducción a una Matemática Aplicada Universitaria.

## OBJETIVOS:

Lograr que el Alumno:

- Sea capaz de enfrentarse a los problemas básicos existentes en la biología mediante tratamientos matemáticos para resolverlos exitosamente, demostrando con ello independencia y creatividad.
- Adquiera la metodología general que ofrece la Matemática como Ciencia, aplicando el lenguaje específico, permitiendo reconocer la utilidad de las matemáticas en la interpretación de los fenómenos biológicos y de las representaciones simuladas de ellos mediante modelos matemáticos.
- Adquiera el lenguaje específico de la Asignatura para enunciar con criterio lógico: definiciones, conceptos, propiedades y conclusiones.
- Desarrolle la capacidad de analizar, sintetizar, esquematizar y operar utilizando conocimientos adquiridos en la Asignatura.

- Aplique los conocimientos generales que brinda la Asignatura a situaciones problemáticas.
- Interprete fórmulas y notaciones propias del lenguaje matemático.
- Adquiera destreza en el uso mecánico y racional de la calculadora convirtiéndola en herramienta de investigación.

## **CONTENIDOS Y OBJETIVOS ESPECIFICOS**

### **CAPITULO 1: ECUACIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS. GRAFICA DE ECUACION**

#### **Objetivos:**

Lograr que el Alumno:

- Actualice el manejo algebraico de las ecuaciones en los distintos conjuntos numéricos.
- Interprete gráficamente la solución de una ecuación.
- Resuelva sistemas de ecuaciones lineales aplicandolos a problemas

#### **Contenidos:**

Sistemas de Números. Notación Científica. Ecuaciones Lineales. Ecuaciones de segundo grado. Ecuaciones con dos incógnitas lineales y cuadráticas. Ecuación de la recta. Gráficas de una ecuación. Sistemas de ecuaciones lineales. Sistemas de ecuaciones lineales en forma triangular. Sistemas equivalentes. Operaciones elementales. Sistemas de ecuaciones que se reducen a triangulares. Método de eliminación de Gauss. Sistemas de ecuaciones lineales homogéneos. Ejercicios y Problemas con Aplicaciones a la Biología. Método de Determinantes: Regla de Cramer. Aplicaciones a la Biología. [LL] [FB][DB] [GJ]

### **CAPITULO 2: FUNCION, LIMITE y CONTINUIDAD**

#### **Objetivos:**

Lograr que el Alumno:

- Actualice los conceptos de Funciones y sus gráficas para utilizarlos en aplicaciones a la Biología.
- Reciba un panorama general de los tipos más importantes de funciones y sus características, que se utilizan como modelos matemáticos en la Biología.
- Interprete Conceptos de Límite y Continuidad de Funciones.

#### **Contenidos:**

Modelos Matemáticos. Funciones: dominio e imagen. Variables discretas y continuas. Gráfica de una función. Tipos de funciones: funciones lineal, cuadrática, polinómica y racionales. Función inversa. Variables directamente proporcionales e inversamente proporcionales. Límite de una función. Interpretación gráfica. Propiedades de límites. Límites unilaterales. Límites infinitos. Continuidad de una función. Aplicaciones a la Biología. [LL] [FB] [GJ]

### **CAPITULO 3: DERIVADA DE UNA FUNCION. OPTIMIZACION**

#### **Objetivos:**

Lograr que el Alumno:

- Interprete el Concepto de Derivada de una Función.
- Adquiera destreza en el Cálculo a través de Técnicas de Diferenciación.
- Adquiera la destreza de aplicar Técnicas de Diferenciación.

- Adquiera la capacidad de realizar el trazado de gráficas utilizando los criterios de la primera y segunda derivada.
- Interprete los conceptos de puntos extremos, concavidad, puntos de inflexión, analíticamente y gráficamente, que se hallan presentes en una representación funcional de un fenómeno biológico.

**Contenidos:**

Recta tangente. Derivada de una función. Diferenciabilidad y continuidad. Derivada unilateral. Técnicas de diferenciación. Derivada como intensidad de cambio. Función compuesta. Regla de la Cadena. Valores máximos y mínimos de una función. Funciones creciente y decreciente. Prueba de la primera derivada. Derivadas de orden superior. Prueba de la segunda derivada. Concavidad y puntos de inflexión. Aplicaciones en el trazo de la gráfica de una función. Aplicaciones a la Biología. [LL] [FB]

**CAPITULO 4: ANTIDIFERENCIACION, INTEGRAL INDEFINIDA Y DEFINIDA**

**Objetivos:**

Lograr que el Alumno:

- Interprete el Concepto de Diferencial.
- Aplique el Teorema Fundamental del Cálculo.
- Distinga la diferencia entre integrales definidas e indefinidas.
- Resuelva integrales definidas e indefinidas.

**Contenidos:**

Diferencial. Antidiferenciación. Propiedades. Límites al infinito. Área. Integral definida. Teorema Fundamental del Cálculo. Aplicaciones de la integral definida. Área de una región en un plano. Propiedades de la integral definida. Aplicaciones a la Biología. [LL] [FB]

**CAPITULO 5: FUNCIONES EXPONENCIAL, LOGARITMICA y TRIGONOMETRICA**

**Objetivos:**

Lograr que el Alumno:

- Adquiera la destreza en el cálculo algebraico de expresiones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas para interpretar modelos matemáticos de fenómenos biológicos.
- Interprete la naturaleza de las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas: sus características estructurales y su comportamiento gráfico.
- Reconozca Técnicas de Diferenciación para aplicarlas en expresiones que contengan Funciones Exponenciales, Logarítmicas y Trigonométricas.
- Resuelva integrales que contengan Funciones Exponenciales, Logarítmicas y Trigonométricas.

**Contenidos:**

Potenciación, radicación y logaritmo. Sucesiones. Progresión aritmética, geométrica y geométrica modificada. Modelos Matemáticos discretos de crecimiento. El número e. Ecuaciones exponenciales. Modelos Matemáticos continuos de crecimiento: Crecimiento exponencial. Funciones exponencial y logarítmica. Derivadas e integrales de funciones exponenciales y logarítmicas. Medida angular. Trigonometría. Función periódica. Derivadas e integrales de funciones trigonométricas. Integración por sustitución. Derivadas e integrales de expresiones que contengan funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas. Aplicaciones a la Biología. [LL] [FB]

## **CAPITULO 6: TECNICAS DE INTEGRACION**

### **Objetivos:**

Lograr que el Alumno:

- Adquiera destreza en el Cálculo a través de Técnicas de Integración.
- Distinga expresiones de integrandos para resolver por Tablas.
- Distinga la clasificación y técnicas de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Interprete resultados de ecuaciones diferenciales en modelos diferenciales.

### **Contenidos:**

Técnicas de integración: Integración por primitiva, por partes. Uso de tablas de integrales. Ecuaciones diferenciales ordinarias: orden, solución general, soluciones particulares. Ecuación diferencial de primer orden de variables separables. Ecuación diferencial lineal de primer orden. Ecuación diferencial de segundo orden lineal homogénea con coeficiente constante. Modelos diferenciales. Problemas de Aplicación a la Biología. [LL] [FB] [CR]

## **CAPITULO 7: VECTORES**

### **Objetivos:**

Lograr que el Alumno:

- Realice operaciones con vectores analíticamente y gráficamente para interpretar resultados de problemas de aplicaciones.
- Adquiera la habilidad de operar gráficamente con vectores para utilizarlos como medio de interpretación de fenómenos naturales.

### **Contenidos:**

Magnitudes escalares y vectoriales: concepto de dirección. Igualdad de vectores. Adición de vectores: Método del paralelogramo. Proyección de un vector sobre otro: Componentes de un vector. Adición de varios vectores: Método de la poligonal, descomposición vectorial. Aplicaciones a problemas de cinemática. Aplicaciones a la Biología. [AF] [GJ] [FT]

## **BIBLIOGRAFIA BASICA:**

- [LL] LOUIS LEITHOLD: Cálculo para Ciencias Administrativas, Biológicas y Sociales. Primera ed. Ed. Harla.
- [FB] FRANK S. BUDNICK: Matemáticas Aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales- Mc Graw Hill. Tercera Edición.
- [ND] BEN NOBLE-JAMES DANIEL: Algebra Lineal Aplicada. Prentice Hall. 3º Edición
- [DB] MAC DONALD, BURNS: Física para Ciencias de la Vida y de la Salud. Fondo Educativo Interamericano. 1978
- [CR] CELINA REPETTO: Manual de Análisis Matemático. Ed. Macchi.
- [FT] FAUSTO TORANZO: Matemática 1. Apuntes de Cátedra. UBA.
- [GJ1] GUSTAVO ADOLFO JUAREZ: Elementos de Algebra Lineal. Ed. previa. 1997.
- [GJ2] GUSTAVO ADOLFO JUAREZ: Modelos Matriciales. 2003.

## **BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA**

- Maynard Smith: Ideas Matemáticas en Biología. Compañía Editorial Continental. 1977.
- Marcelo Alonso- Eward Finn: Física: Vol. I Mecánica. Fondo Educativo Interamericano.
- Alejandro Engel: Elementos de Biomatemática. Monografía N° 20 .OEA.
- Hadelar: Matemáticas para Biólogos. Editorial Revertè.1982.
- David Machin: Elementos de Biomatemática. Editorial Acribia.1976.
- Louis Leithold: Algebra .Ed. Harla. 1ra Ed.
- Louis Leithold: Matemáticas Previas al Cálculo. Ed. Harla. 1ra. Edición.
- Louis Leithold: El Cálculo con Geometría Analítica. Ed. Harla. 6ta Edición.
- John Jeffers: Modelos en Ecología. Oikos-Tau.1991.
- David Cardus: Introducción a la Matemáticas para Médicos y Biólogos. Ed. Vines Vives. 1972.
- Juarez, Gustavo, Navarro, Silvia, y otros: La función exponencial y sus aplicaciones a Biología. UMA –Salta.1995.
- Juarez, Gustavo: Matrices en el Polimodal: una propuesta de Enseñanza asistida con software”. UMA-Rosario.2000.
- Juarez, Gustavo: "Preparatoria en Matemáticas", para Alumnos ingresantes a las Carreras Profesorado y Licenciatura en Ciencias Biológicas .1996.
- Juarez, Gustavo: "Elementos de Algebra Lineal"; para Alumnos que cursan la Asignatura o Módulos de Algebra Lineal.1997.
- Juarez, Gustavo: "Elementos de Algebra Lineal y Cálculo con Derive"; 1998.
- Juarez, Gustavo: "Curso Introductorio de Matemáticas en Biología", para alumnos ingresantes a las carreras de Biología. 2001
- Juarez, Gustavo, Navarro, Silvia: Enseñanza de matemática en Biología. UMA-Rio Cuarto.2003
- Juarez, Gustavo, Navarro, Silvia: La función Logística continua y discreta. UMA-Neuquén.2004

## **NOMINA DE GUIAS DE ACTIVIDADES Y TRABAJOS PRACTICOS**

- G.T.P.N° 1: Ecuaciones Lineales y Cuadráticas. Gráfica de una ecuación. Notación Científica.
- G.T.P.N° 2: Sistemas de ecuaciones lineales.
- G.T.P.N° 3: Funciones. Modelos Matemáticos. Gráfica de una función.
- G.T.P.N° 4: Funciones Inversas. Variables directa e inversamente proporcionales.
- G.T.P.N° 5: Límite de una Función.
- G.T.P.N° 6: Continuidad de una función.
- G.T.P.N° 7: Recta tangente. Derivada de una función.
- G.T.P.N° 8: Derivada como intensidad de cambio. Técnicas de Diferenciación.
- G.T.P.N° 9: Función compuesta. Regla de la Cadena de la Diferenciación. Derivadas de orden superior.
- G.T.P.N° 10: Valores extremos de una función. Funciones crecientes y decrecientes.
- G.T.P.N° 11: Concavidad. Puntos de inflexión. Aplicaciones en el trazo de una función.
- G.T.P.N° 12: Diferencial. Antidiferencial. Límites infinitos.
- G.T.P.N° 13: Integral definida. Teorema fundamental del Cálculo.
- G.T.P.N° 14: Progresiones aritméticas, geométricas y geométricas modificadas. Modelos

- matemáticos discretos. Ecuación exponencial. Función exponencial.
- G.T.P.N° 15: Modelos matemáticos continuos. El número e. Crecimiento exponencial.  
Función logarítmica.
- G.T.P.N° 16: Derivadas e integrales de funciones exponenciales y logarítmicas.
- G.T.P.N° 17: Funciones trigonométricas.
- G.T.P.N° 18: Derivadas e integrales de funciones trigonométricas.
- G.T.P.N° 19: Integración por función primitiva y por partes. Uso de tabla de integrales.
- G.T.P.N° 20: Ecuaciones diferenciales elementales.
- G.T.P.N° 21: Vectores colineales y coplanares. Método del paralelogramo.
- G.T.P.N° 22: Proyección de un vector. Componentes de un vector. Método de la poligonal.